日本統計学会会報　　JAPAN STATISTICAL SOCIETY NEWS

2010.10.25 No.145 pp.1-3

巻頭随筆　最小２乗法の発案

森棟公夫（椙山女学園大学現代マネジメント学部）

京都大学にほぼ 35 年務めて，3 月に退職しました．京大は 18 才の時から居たので，45 年間席があったということになります．今で言う博士後期ではアメリカに留学し，その後もアメリカ，オーストラリアに行っており，昔は京大意識が薄かったのですが，今から思うと海外に居た記憶も薄れ，要するに京大に 45 年居てこのたび無事退職したという事になります．4 月からは名古屋の椙山女学園で教えることになりました．京都の生活とは変わり，地下鉄沿線に住み，地下鉄沿線の大学に通っています．環境の変化は大きくて，9 月現在もまだ調整過程にあります．所属先の学部ですが，元々は家政科，それが科学系，文学系，社会科学系などに分離したと言えば，大凡の学部カラーを伝えることができると思います．所属は社会科学系です．一学期はパソコンを使った統計分析入門のような授業をしましたが，検定を理解して貰うことが困難でした．帰無仮説，対立仮説，棄却域などは難しい概念で，まず対立仮説を教えるのは止めました．対立仮説は棄却域の設定に使うだけですから，検定統計量の値が帰無仮説と大きく違えば棄却する，と説明しました．「帰無仮説が棄却される」は帰無仮説がデータによって支持されないと説明するところは良いのですが，「帰無仮説が棄却できない」は「帰無仮説をよしとする」としました．「帰無仮説が誤っているとは言えない」といった間接的な表現は理解されないようです．紆余曲折の末ですが，帰無仮説があり，これが正しいか誤っているかという二分割なら簡単なようです．理解の早い生徒達には「帰無仮説が誤っているとは言えない」でも理解できますが，多数には無理です．データの傾向が帰無仮説と似ているかいないかが分かればいいのではないでしょうか．棄却域の大きさも，これは自分で決めるなどとすると混乱を増しますから，5%と始めから決めて進めました．前期は線形回帰まで教え，後期はシラバスでは，系列相関，ダービン・ワトソン検定とかも入っているのですが，どうしますか．

話変わって，京大を退職する際には最終講義を公開でする習慣があります．私は，「最小２乗法の歴史」という話をしました．最小２乗法の発案に至る歴史的な経緯をまとめたものですが，この中で会員の皆さんが関心を持たれそうな内容を少し述べたいと思います．まず，Gauss か Legendre かという priority 争いですが，Stigler (Annals of Stat. 1981)の評価が私は最も信頼できると思いました．最小２乗法の最初の応用例はフランスの測定データを用いたメートルの決定，あるいは地球の大きさの決定ですが，Gauss は子午線の四分孤長が 2565006 モジュール（ダブルトアズ），楕円の扁平率（1-短径/長径）が 1/187 と 1799 の公開された手紙に値だけを書き

ます．この手紙はスティグラーの論文に訳が含まれています．後日，計算法は説明せず，これは最小２乗法で計算したと主張します．Legendre は Nouvelles Méthodes … (1805) (Google book にある）の補論で次の定式化をします．回帰式は

$$E=a+bx+cy+fz+\&c.$$

と表現されますが，E は誤差，a，b，c，f は変量の観測値，x，y，z，は係数です．Legendre では，a，b，c，f は既知の coefficients と呼ばれます．そして，誤差の２乗和を最小化する条件として，

$$0=\int ab+x\int b^2+y\int cb+z\int fb+\&c.$$

等の式が導かれます．積分記号は和記号と同じで，これが正規方程式です．Stigler は Legendre がこのように正規方程式を定式化したので，その後，最小２乗法は諸科学で広く使われる様になったと言います．

同じ補論の応用例は特殊です．対象は Gauss と同じフランス観測値を用いた地球の大きさの決定です．おもしろいので，我々の記号を用いて Legendre の計算を簡単化して説明しましょう．（観測個数が二個の例では誤差無しとなるので，この特異な解法は通常の回帰計算と一致します．処理の仕方だけを見てください．）観測値は子午線に沿った連続した２区間の距離と，区間の切れ目の３地点の緯度です．そして式は，各区間に対して，

$$E_1-E_2=y_1+\beta x_1+\gamma z_1,$$
$$E_2-E_3=y_2+\beta x_2+\gamma z_2,$$

と設定されます．左辺 E は各観測点における観測誤差です．変量は，区間距離，区間中点の緯度，区間の緯度差の変換値です．左辺の定義を無視すると切片がない回帰式となり，原データを使い推定すると，四分孤長は 2564768.6 モジュール，楕円の扁平率は 1/150.4，となります．（原データは４区間．）Legendre は，ここで，$E_1+E_2+E_3=0$，という制約を置きます．そうすると，

$$E_2=\{y_1+y_2+\beta(x_1+x_2)+\gamma(z_1+z_2)\}/3,$$

と導け，E_1 と E_2 も同様の表現が求まります．最後に，３個の誤差 E_1，E_2，E_3 の２乗和を β と γ について最小化して解を求めます．原データについては，四分孤長 2564800.2 モジュール，扁平率 1/148 となります．値はほとんど変化しませんが，この誤差の使い方が標準と異なり，特殊であると私は言っています．この結果だと，1m は，0.25648 モジュールです．Laplace が Méchanique Céleste (1799-1805)で求めた最終的な 1m の長さは 0.256537 モジュールです．

先に述べた Gauss の値ですが，何としても追認できません．また他の計算結果からの違いが大き過ぎます．priority 争いの中で， Gauss は meine Methode (1799)の計算手続きを公表することはなく，尊大横柄な態度を取り続けます．これでは，最小２乗法が広く使われる事は無かったでしょう．

余談ですが，ネットで調べると，Stigler の History of Statistics (1986)にも出てくる恰幅の良い Legendre の自画像は，赤の他人だそうです．ほぼ 200 年近く，他人の画像が間違われて使い続けられていたことに驚かされます．さて，最小２乗法の発案については何が真実なのでしょうか．