使えなかった扉絵

NLAS　統計学　Statistics: Data Science for Social Studies

森棟公夫，照井伸彦，中川満，西埜晴久，黒住英司

2008 年 12 月 15 日出版

「統計学」の構成と特色

有斐閣から，わかりやすい教科書を書いて欲しいという要望を受けました。また，大学 4 年間で必要とされる内容はすべて含み，繰り返し読んで理解を深めていく本であることという希望もありました。わかりやすい本ということなら，易しい内容だけを含めばよいが，大学 4 年間を通して使えるとなると，新しいトピックも入れることになります。さらに， Excel は大学生の間に使い慣れることが社会に出る訓練として欠かせない，といった昨今の状況もあります。このような目的を併せもつ本はどのような構成にしたらよいのかと，共著の 5 人で議論を重ねました。東京 2 人，仙台 1 人，京都 2 人という筆者間の距離は，仙台の照井さんが東京に出張する必要がありましたが，東京と京都のインターネット会議で克服しました。京都の 2 人にとっては，有斐閣の支店が近いので移動時間がほぼ 0 で済み，遠隔会議という文明の利器に感謝しています。地方在住者には楽な時代になりました。

本書の構成は次のようになります。

第 1 章：データの基本的な整理法を説明する。データ整理の根幹は，数多い観測値を少数の代表値や簡潔なグラフに縮約することにある。

第 2 章：新聞でよく扱われる物価指数などの統計指標を解説する。さらに，複数の変数間の関係を整理する手法を導入する。

第 3 章：Excel の使い方を初歩から説明する。第 1 章および第 2 章で説明したデータの整理を Excel で繰り返す。

第 4 章：2 変数xとyの関係において，変数xが変数yに及ぼす影響を，線形回帰法の観点から眺める。

第 5 章：統計学は確実な出来事を分析するのではなく，不確実な，あるいは確率的な出来事を分析の対象とする。この章では，確率変数と確率の基礎を学ぶ。

第 6 章：確率変数の情報を集約する分布関数を説明し，分布関数の特性として，確率変数の平均や分散を説明する。

第 7 章：代表的な分布関数を紹介する。

第 8 章：統計学では，データを集約する値として，標本平均や標本分散などの標本統計量を使うが，この標本統計量の分布を求める。

第 9 章：母数（パラメータ）といわれる母集団の特性値の値を定める方法を紹介する。

第 10 章：母集団に関する事前の知識とデータが整合的か否かを判断する方法として，検定を学ぶ。
第 11 章：推定と検定の観点から線形回帰を見直し，推定結果の善し悪しを理論的に判断する。
第 12 章：時系列データ分析の基本を概説する。
第 13 章：最近の経済，経営分析では欠かせない多変数のデータを分析し，全体としての特性を導く。
この様な構成ですが，学生が実際に計算しながら理解を深めていくように説明を進めています。特に Excel を使って計算できるように，Excel の解説には注意を払いました。統計学と，データ処理実習を同時に学んで欲しいと願っているのですが，いかがでしょうか。統計学において Excel が重要なツールであることは間違いありません。さらに，学生諸君にとっては，Excel が社会人になるための準備として重要になっているという現状を考慮して，このような構成を取りました。また，最近の学生諸君の間での経営学ブームを考えると，１３章の多変量分析は欠かせないでしょう。内容および応用例の豊富さは，他書には劣らないつもりです。積率母関数のような学部学生としては高度な内容も解説を補論に入れ，進んだ学生が学べる様にしました。

扉絵について

NLAS シリーズの特色として，各章に扉絵が入ります。この扉絵の選択には苦労をしました。1 章はペティと政治算術と最初から考えていましたが，政治算術の写真がありませんでした。どうすれば手にはいるのかとインターネットで探したのですが，京大の蔵書を検索したら何と経済学部が所有していました。私の居る建物の地下二層の貴重本書庫に二冊もあったのには驚きました。３章は，中川さんがウィンドウズ９５の発売日に見られたショップの賑わい振りを入れました。5 章は確率だから乱数表にちなんで暗号システム。これは編集部の尾崎さんが見つけてくれ，さらに中川さんが関連情報を探してきました。６章は期待値と分散ですが，私が最近研究しているファイナンス計量分析では，平均収益率とボラティリティを意味しますから，株式データの関連で株価ボード，特に今回の金融危機を象徴する日のボードです。７章は当然ながらガウスと正規分布。私が持っている１０マルクです。８章と９章は有名な統計学者。こんな風に各章随分と苦労して，扉絵を探しました。そして，残念ながら入れられなかった扉絵の話をここに記しておきます。

大内兵衛

一つは，2 章の扉です。年末に自宅を整理していたら，若い頃に読んだ故大内兵衛東京大学名誉教授の「経済学五十年」（東京大学出版会 1960 年）が出てきました。2 章の扉は霞ヶ関官庁街の写真です。編集部の尾崎さんが選んできたこ

の写真を使ったのは政府統計が頭にあったからでしたが，この本を手にとって，ああ残念，第二次世界大戦後の政府統計の改革は大内兵衛に始まるのだから，この先生の絵を入れれば良かったと思ったのです。何しろ，安井曾太郎による還暦を記念する有名な絵があります。大内兵衛は東京大学経済学部の初代メンバーであり，マルクス経済学の研究を進める中で治安維持法違反に問われ，昭和１３年に検挙されています。いわゆる人民戦線事件です。昭和１９年には無罪が確定しますが，東京大学からは辞職を余儀なくされたという苦難の経歴の持ち主です。戦後は，教育，研究はもとより，統計制度だけでなく，社会保障制度，特に岸内閣の国民年金にも深く関与されました。前掲書には，吉田茂に懇請され統計制度の再建に携わったとあります（335 頁）。

数理統計学に関しては，数理統計学が戦後ブームをまきおこし，それに対する盲信がはびこったため，その学問的な位置づけについて学界が誤りを犯した。統計の社会科学的な価値（利用価値）についての理論が貧困であったとあります（405 頁）。学問的な位置づけについての誤りというのは，マルクス経済学体系における統計学の位置づけをいうのでしょうが，近経では経済学の体系はマクロ，ミクロ，計量がコアーであり，他は応用分野と理解されます。統計学はおおよそ技術なので，意味が異なっているようです。しかし，検定や推定に対する過信ならばいつの時代にもあり，注意を払うべきでしょう。1 章の扉はペティの政治算術ですが，この本を最初に翻訳したのは大内兵衛です。人民戦線事件により東京大学を休職していた間に，大原社会問題研究所において，政府の検閲を避けることができる仕事ということで，１２章の扉にあるグラントや１章のペティなどの古典を翻訳したようです（310 頁）。大内兵衛の名も知らない人が多くなった時代なので，是非とも扉絵に入れたいところでした。

ガウスと最小２乗法

二つめです。最小２乗法は１９世紀の初頭にドイツのガウスが発見したと言われています。４章の扉として使いたかったのが，ガウスによる最小２乗法の計算あるいはそれに関連する絵でした。特にガウスが若干２５歳で１８０２年にヨーロッパの科学界で名を馳せたのは，小惑星ケレスの軌道計算を行い位置の予測に成功したからでした。このケレスの軌道計算に最小２乗法が用いられたのだと言われており，文献を当たっていました。１０月の末にこれを思いついて探し始めましたが，これは深みに入ってしまい未だ成功していません。しかし，最小２乗法の創始者はガウスではなくルジャンドルをあげるべきであるというのが目下の結論です。プラケット（１９７２年）やスティグラーの研究（１９８１年）があり，ガウスの主張に矛盾が含まれることが明らかになったからです。説明のために，まず１７９９年に戻ります。このあたり，コラムにでも書ける内容になります。

１７９９年 (Allg. Geogr. Ephemer.) 論文とメートル法

ガウスが後に最小２乗法のプライオリティーを主張し，これは「自分の方法」であると公言する根拠となる計算値が含まれる箇所は，メートル法の制度化に関する記述に現れます。メートル法は当時存在した様々な尺度を統一するという実務上の目的を持って設定されています。その目的は，例えば 1 メートルは x トワーズ（toises，フランスの尺度）と勝手に決めれば達成されます。しかし，フランス革命の直後であり，メートルには人々が納得する科学的な意味合いが必要でした。時のフランス・アカデミーは，メートル＝地球の経線に沿った楕円周の４分の１，つまり北極から赤道までの距離，を１０００万で割った値，と先に決めます。つまり，北極から赤道の距離を１万キロメートルと決めてしまうのです。当時は地球の楕円周も分かっていなかったのですから，このように決めると，北極から赤道までの弧線を計測する必要が出てきますが，この事業にフランスは大金を使います。実際は，フランスの北の町ダンカークから，パリのパンテオン教会を通ってバルセロナに至る経線を測定します。計測された経線は，フランス革命期１７９１年にフランスの偉人たちを祀る墓所と決められ，１７９２年に完成したパンテオン教会を通過することに意味があります。フランス革命直後のアカデミーの思いが伝わってくるようです。そしてこの計測は１７９２年から７年を費やして終了することになります。計測された数値を元に，科学者たちは楕円型をしている経線の扁平率，（長軸ー短軸）/長軸，を計算します。計測されたデータを用いて扁平率を求め，次に楕円の弧を求めれば良いのですが，楕円関数は高度な非線形関数ですので，楕円関数を線形化して推定します。２２歳のガウスは１７９９年に 4 分弧は 2565006 モジュール，扁平率 187 分の１という数値を求めます。しかし，計算式等は全く残っていません。後にガウスは，これらの値を最小２乗法で求めたと主張します。１モジュールは２トワーズです。

１８０５年 (Nouvelles Methodes)

ルジャンドル（数学者，天文学者）は著書 Nouvelles Methodes の補論で最小２乗法を説明し，この計算法によって，4 分弧は 2564801 モジュール，扁平率 158 分の１と求めます。ところがガウスは，「自分はルジャンドルの方法を既に１２年ほど使っている」と１８０９年にオルバー氏への手紙に記します。１８０９年の著書 Theoria Motus では最尤推定法まで導入しますが, その中では「最小２乗法は自分が１７９４年（17 歳）から使っており，ルジャンドルの本にも出てくるが，ここでは詳細は述べない」と書きます。これにルジャンドルは反発し，反論の手紙を送ります。その後は，ガウスは常に明言を避ける形でプライオリティを繰り返し主張し，ルジャンドルとの反目が高まっていきます。後世では，ガウス・マルコフ定理などの為か，ガウスが最小２乗法の創始者であ

ると理解されていました。しかし，プラケットやスティグラーは，ガウスの主張に含まれる矛盾を明らかにします。矛盾点をここに二つあげましょう。第１に，ガウスは，１８０３年に友人の天文学者たちに最小２乗法を説明したと述べます。この友人の中にリンデノーと先のオルバーが含まれていますが，リンデノーは１８０６年の論文で，ルジャンドルが提案した手法として最小２乗法を紹介しており，ガウスには全くふれません。他方，オルバーはガウスからの先の手紙に諭されてか，ガウスが昔説明したという事実を１８１６年の論文の注に書いています。第２に，スティグラーは様々な計算を行って，ガウスの数値が再現できない事を示しました。ガウスは理論的にだけでなく数値計算でもその能力を広く学者の間で認められており，計算間違いは考えられません。最近もセルミンス（１９９８年）が別の論文で更なる計算を行い，第２の矛盾を確認しています。以上を考慮すれば，最小２乗法の創始者はルジャンドルであると考えた方がよいのではないでしょうか。スティグラーは，最小２乗法は非常に簡単な計算法であるから，ガウスはルジャンドルの導出を人づてに聞いて，こんなことは昔から自分はやっていたと思いこんでしまったのではないか，と想像します。しかし，１７９９年の計算もノートなどは全く残しておらず再計算もしないという点には，１８世紀という時代を感じさせられます。

北極と赤道間の楕円弧を求める計算には様々な科学者が参加しており，ボスコビッチは絶対最小偏差を使っています。ガウス自身も，絶対最小（k 乗）偏差についても述べています。ガウスは，１８０９年の著書でさらに誤差の分布として正規分布を考え，誤差の同時分布から最尤推定法を導入し，後には，ガウス･マルコフの定理を証明しています。誤差の理論も，天体観測から生じる観測誤差が自然に分析の対象となっていると理解できます。誤差の理論は，のちに大数の法則と中心極限定理に結びついていきます。

さて，最終的に距離はどうなったかというと，これはフランス・アカデミーのメンバーで当初から測量に係わっていたラプラスの計算が用いられます。ラプラスは特殊な導出法を用います（Celestial Mechanics，ボーディッチの英訳有り）。計算には，フランスの測量だけでなく，１７４４年にブーゲー達により行われたペルーの調査結果が含まれます。4 分弧は 2565370 モジュール，扁平率 334 分の１となっています（英訳２巻４４４－４４５頁）。正確な値は，297.1 分の１のようです（地球を測る，大塚道男，朝日新聞社，１９８０年）。

ペルーの調査（1735－1744）

ラプラスが使ったペルーの調査についてもデータが欲しかったので調べました。測地学では有名な探検だそうですが，私にとっては初耳のおもしろい話でした。調査は地球の形状を調べることを目的として行われました。というのは，１８世紀初頭にニュートンが地球の形状は上下，上が北，下が南，から押しつ

ぶした形をしていると主張し，逆にカッシーニは南北に長いと主張していました。この問題に解答を与えることが当時のフランスで大問題となり，フランス・アカデミーは調査隊を国内だけでなく，北のラップランドと，ペルー（現在のエクアドル，Equator，日本語に訳せば赤道国）に送り，経線に沿った１度の距離を３箇所で測ります。答えはニュートンの勝ちになりますが，地球の形状のためだけでは莫大な遠征費用を貰えるわけがなく，ルイ１５世を説得するために「西インド帝国」の資源を手に入れる為に調査が必要であると主張したようです。比較的簡単だった北の調査に比べ，ペルーの調査は困難を極めています。（「地球を測った男たち」，リストラム著，１９７９年，喜多，デルマス訳，リブロポート，１９８３年）測量隊は，重力に関するブーゲー異常で有名なブーゲー，数学者ゴダン，ラコンダミーヌ達を含む１０名でしたが，調査の途中４名は命を落としています。ブーゲーは１７４４年に一番早くフランスに帰国していますが，一番遅いゾドネ技師の帰国は１７７３年でした。詳しくは前掲書を見てください。今日でも巷に残っているアマゾン女族に関する話は，帰国後のラコンダミーヌのほら話から生まれたようです。先のブーゲー異常だけでなくゴム，キニーネなどの植物も探検に付随して発見されました。しかし，調査結果は出発点と終着点の緯度およびその間の距離だけで，その結果，地球はニュートンが主張したように上下から押した形になっていることが分かったのでした。

むすび

私は，ガウスの惑星軌道の理論計算を現代的に書き直した論文も読んでみました。地球から観測する星の位置，つまり高さと方向という二つの角度から星の軌道を理論的に求める論文です。文系の人間でもケプラーの法則を使って云々といったところは勉強すれば理解できますが，最終的な導出はひたすら計算をしているだけで，私の幾何的な直感が通じません。できれば先ほど引用した著書に含まれる惑星軌道の数値計算をフォローし，数値計算では最小２乗法の利用の仕方を理解したいと考えています。今はラプラスの計算をフォローしている最中ですが，これは可能です。４章の扉絵に話を戻せば，当然ですが，ルジャンドルの肖像と１８０５年の本の補論７２頁となります。しかし，この本，どこかにありますか。

森棟公夫
2009 年 1 月 7 日